LUNDS UNIVERSITET

Institutionen för
REGLERTEKNIK

Reglerteknik AK, FRTF05

Tentamen 14 mars 2024 kl 8–13

Poängberäkning och betygssättning

Lösningar och svar till alla uppgifter skall vara klart motiverade. Tentamen omfattar totalt 25 poäng. Poängberäkningen finns markerad vid varje uppgift.

Betyg 3: lägst 12 poäng
4: lägst 17 poäng
5: lägst 22 poäng

Tillåtna hjälpmedel

Matematisk tabellsamling (TEFYMA eller motsvarande), institutionens formelsamling i reglerteknik, samt icke förprogrammerade räknare.

Tentamensresultat

Resultatet rapporteras via Ladok. Facit kommer vara tillgängligt via Canvas. Tid och plats för tentavisning meddelas via Canvas.

1. Ett system ges av $Y(s) = G(s)U(s)$ med

$$G(s) = \frac{1}{s+1} + \frac{2}{s+3}$$

a. Beräkna systemets poler och nollställen och sätt ut dessa i ett singularitets-diagram (1.5 p)

b. Är systemet asymptotiskt stabilt, stabilt eller instabilt ? (0.5 p)

c. Beräkna systemet stegsvar $y(t)$, (dvs då insignal är $u(t) = \theta(t)$). (1 p)

d. Bestäm en differentialekvation på formen (ange a och b koefficienterna)

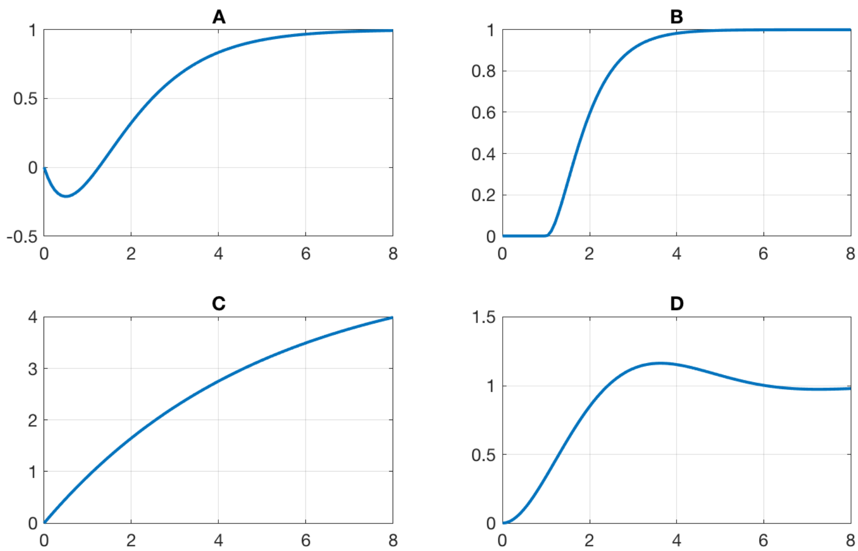
$$\ddot{y}(t) + a_1\dot{y}(t) + a_0 y(t) = b_1\dot{u}(t) + b_0 u(t)$$

som beskriver systemet ovan för allmän insignal $u(t)$. (1 p)

2. Para ihop stegsvaren A till D i figur 1 med överföringsfunktionerna G_1 till G_5 (en blir över). Glöm inte motivera svaret. (2 p)

$$G_1(s) = \frac{1}{s+0.2}, \qquad G_2(s) = \frac{1-s}{(s+1)^2}, \qquad G_3(s) = \frac{4e^{-s}}{(s+2)^2}$$

$$G_4(s) = \frac{1}{s^2+s+1}, \qquad G_5(s) = \frac{1}{5s+1}$$



Figur 1 Stegsvar i uppgift 2.

3. Med hjälp av en stor elektromagnet vill man få en liten permanent magnet att sväva. Magnetens position i höjdled, y, modelleras med följande olinjära tillståndsmodell.

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -\frac{d}{m}x_1 + \frac{ku}{mx_2} - g \\ \dot{x}_2 &= x_1 \\ y &= x_2,\end{aligned}$$

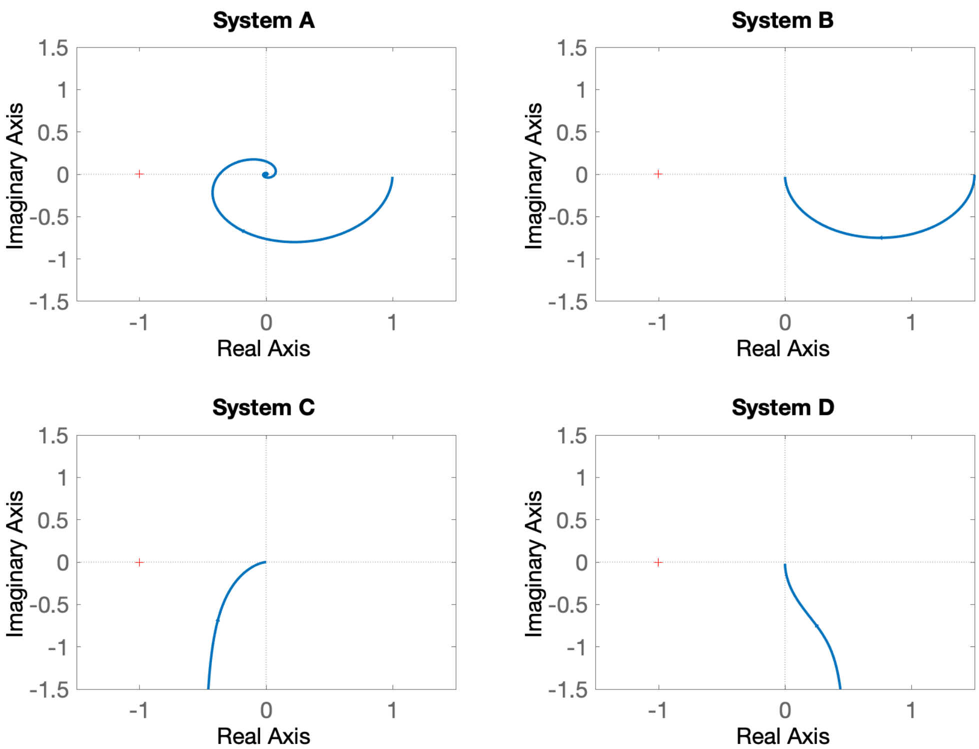
där g är tyngdaccelerationen, u är styrströmmen till elektromagneten, m är den lilla magnetens massa, samt k och d är konstanter.

a. Visa att $(x_1, x_2, u) = (0, \frac{k\alpha}{mg}, \alpha)$ är en stationär punkt ($\alpha > 0$ är godtycklig). (0.5 p)

b. Linjärisera modellen runt den stationära punkten ovan då $\alpha = g$. (1.5 p)

4. Nyquistdiagrammen A-D för fyra olika system visas i Figur 2. Systemen beskrivs av de fyra överföringsfunktionerna nedan. Para ihop diagrammen A-D med överföringsfunktionerna 1-4. Motivera svaren ! (2 p)

$$G_1(s) = \frac{3}{s+2}, \quad G_2(s) = \frac{2}{s(s+2)}, \quad G_3(s) = \frac{e^{-s}}{(s+1)^2}, \quad G_4(s) = \frac{1+s}{s(1+s/2)}$$



Figur 2 Nyquist diagram A-D i problem 4.

5. En process

$$G_P(s) = \frac{1-s}{s^2+2s+2}$$

återkopplas enkelt med en proportionell P-regulator, dvs $Y(s) = G_P(s)U(s)$ och $U(s) = KE(s) = K(R(s) - Y(s))$.

a. Beräkna slutna systemets poler. För vilka konstanter $K > 0$ är slutna systemet asymptotiskt stabilt? (1 p)

b. Antag att vi gör en stegändring i referensvärdet. Vad kan du säga om stationärt fel, $\lim_{t\to\infty} e(t)$, för fallen då $K = 1$ och $K = 4$? (1 p)

6. Följande system ska styras

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} u$$

a. Visa att systemet är styrbart. (1 p)

b. Designa en tillståndsåterkoppling $u = -Kx$ sådan att polerna hamnar i $s = -2 \pm i$. (2 p)

c. Antag att vi har en mätgivare som mäter $y = [\,1 \quad -1\,]\, x$. Är systemet observerbart ? (1 p)

d. Om man konstruerar en observerare/Kalmanfilter

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + L(y - C\hat{x})$$

som skattar både x_1 och x_2 asymptotiskt korrekt och ska ge observerardynamik med karakteristiskt polynom $p(s) = (s+2)(s+1)$ så ger designekvationen att $L = 0$ (du behöver inte kontrollera detta). Tolka detta resultat ! (1 p)

7. Du vill reglera en process med överföringsfunktion

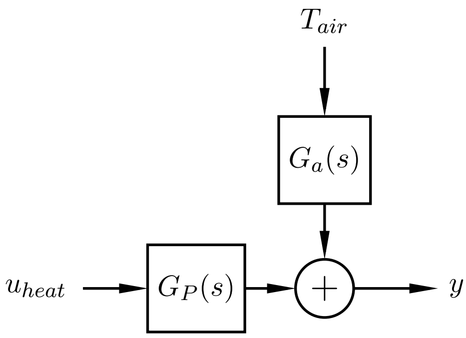
$$G_P(s) = \frac{10}{s^2}$$

så att systemet får skärfrekvens $\omega_c = 10$ rad/s och fasmarginal 30 grader. Designa en lämplig kompenseringslänk $G_R(s)$ som åstadkommer detta. Skissa också det resulterande Bode-diagrammet (dvs för $G_R(s)G_P(s)$). (3 p)

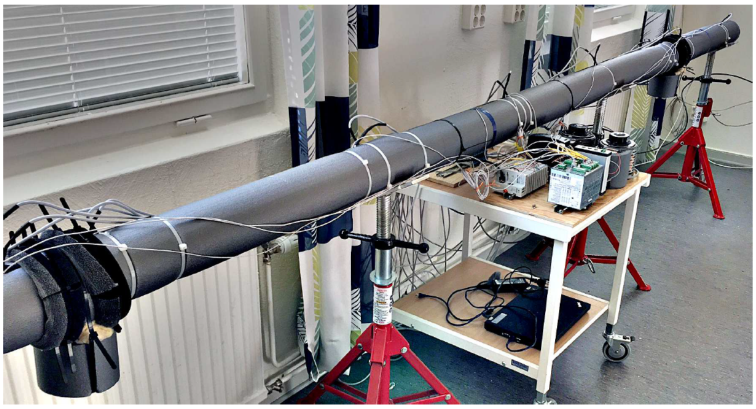
8. Det så kallade ”fasreferens-systemet” fyller en viktig funktion på ESS. Det består av ett cirka 500 meter långt rör som distribuerar en radiosignal som står för synkroniseringen av alla delar av anläggningen, med en noggrannhet på piko-sekundnivå. Eftersom även små temperaturvariationer kan störa noggrannheten måste röret temperaturregleras noga. Temperaturregleringen sköts av ett reglersystem (designat på vår institution) som styr en värmesignal u_{heat}. Målet är att hålla temperaturen y på konstant referenstemperatur, säg $r = 35°C$. Omgivande lufttemperatur, T_{air}, kan variera vilket stör systemet.

Ett förenklat blockschema av systemet visas i Figur 3. Genom experiment på ett prototypsystem, se figur 4, har följande dynamik bestämts

$$G_P(s) = \frac{K_p}{sT_p + 1}, \qquad G_a(s) = \frac{e^{-sL}}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}.$$



Figur 3 Systemet i problem 8. Här är u_{heat} styrsignal och T_{air} omgivande lufttemperatur. Målet är att hålla utsignalen y på en konstant temperatur r, trots variationer i T_{air}.



Figur 4 Prototyp för temperaturregleringen av ESS fasreferenssystem.

a. Bestäm formler för K och T_i för en PI regulator

$$u_{heat}(t) = K\left(e(t) + \frac{1}{T_i}\int_0^t e(\tau)d\tau\right), \qquad e(t) = r(t) - y(t)$$

så att slutna systemet får karakteristiskt polynom $s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2$. ($K$ och T_i kommer bero på ζ, ω och parametrarna i $G_P(s)$.) (2 p)

b. För att minska påverkan av temperaturvariationer i omgivande luft kan man mäta T_{air} och använda framkoppling. Rita ett blockschema där reglersystemet med PI regulatorn i förra uppgiften kompletterats med ett framkopplingsfilter $G_{FF}(s)$. Bestäm även det filter $G_{FF}(s)$ som perfekt kompenserar för T_{air}. (2 p)

c. Vid en hastig sänkning av referenstemperaturen r märker man att u_{heat} slår i den nedre gräns $u_{heat,min} = 0$ som finns (systemet kan bara värma, inte kyla). Efter att temperaturen y till slut sjunkit till den nya referensnivån märker man tyvärr att y fortsätter sjunka utan att regulatorn reagerar under lång tid, och en stor undersläng uppstår därför innan regulatorn till slut börjar värma igen. Vad kallas fenomenet och vilken ändring av regulatorn föreslår Du? (1 p)