

# Reglerteknik AK

## Laboration 2

### Modellbygge och beräkning av PID-regulatorn

Institutionen för reglerteknik

Lunds tekniska högskola

Senast uppdaterad maj 2019

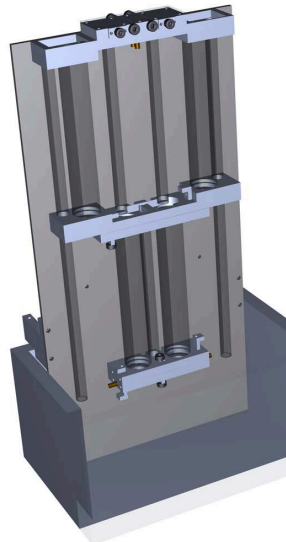
#### Praktiska saker

Ni loggar in med användarnamnet lab\_tanka (precis som i laboration 1). Lämna lösenordsfältet blankt. Vid inloggning startar laborationens grafiska användargränssnitt i två fönster samt MATLAB, utan grafiskt användargränssnitt, i ett separat fönster. (Detta sker automatiskt.)

#### 1. Inledning

Laboration 1 gav praktisk erfarenhet och insikt i PID-reglering. Laborationen saknade dock en systematisk metod för val av regulatorparametrar. Syftet med denna laboration är att visa hur man kan konstruera en matematisk modell för processen man vill styra och hur man med hjälp av denna kan beräkna lämplig regulatorinställning.

Laborationen utförs på samma tanksystem som användes i laboration 1, se figur 1.



**Figur 1** Laborationsuppställning (varav vänstra halvan används)

## Förberedelser

För att få ut något av laborationen är det viktigt att du behärskar begreppen linjärisering, överföringsfunktion, karakteristiskt polynom och polplacering.

Du ska ha läst igenom denna laborationshandledning. Du ska också ha arbetat igenom förberedelseuppgifterna 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 2.5, 2.7, 2.8, 3.1 samt 3.6. Samarbete är tillåtet (och uppmuntras). Observera att uppgifterna 3.1 och 3.6 räknas på övning. Repetera även gärna appendix till laboration 1 (som behandlar användargränssnittet) innan du går vidare med laborationen.

Laborationen inleds med en kontrollskrivning, där två slumpvis utvalda kontrollfrågor kommer att ställas. **Båda frågorna måste besvaras någorlunda korrekt för att du ska få lov att laborera. Du måste dessutom kunna redovisa dina lösningar på förberedelseuppgifterna för handledaren.** Kontrollfrågorna finns på sidan 19.

Glöm inte att ta med handledningen från laboration 1 även till denna laboration för att kunna jämföra dina resultat. (I appendix till handledningen för laboration 1 finns även gränssnittet beskrivet, vilket kan komma till nytta.)

## 2. Modellbygge

I detta avsnitt ska vi ta fram en matematisk modell av tanksystemet utgående från fysikaliska principer och konstruktionsdata. Den erhållna matematiska modellen ska sedan verifieras genom experiment.

Innan vi påbörjar själva modellbyggandet kan det vara värt att ägna uppmärksamhet åt en praktisk aspekt som i sig är okomplicerad, men som trots detta ofta ställer till det vid implementation av reglersystem.

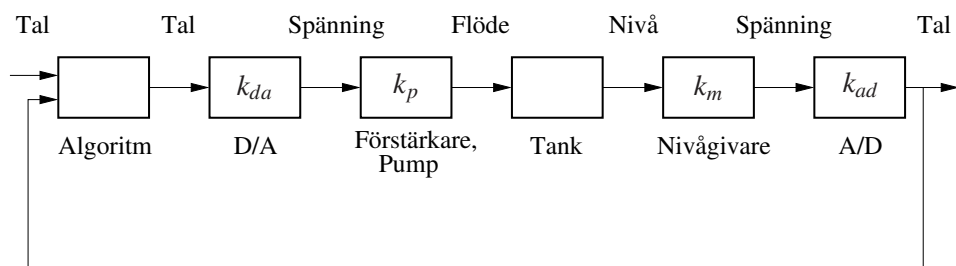
**Enheter och enhetsomvandlingar** I denna laboration (och i den föregående) styr vi en fysisk process med hjälp av en regulator. I den fysiska processen hanterar vi signaler med skilda enheter, såsom nivåer [m], flöden [ $\text{m}^3 \text{s}^{-1}$ ] och spänningar [V]. Vår regulator är implementerad i en dator som endast kan hantera enhetslösa tal. För att inte förvilla oss i enhetsdjungeln kommer vi konsekvent att ange enheter för såväl konstanter som signaler. (Vi använder [1] för att indikera att något är enhetslöst.) Detta kan vid första anblick verka överdrivet, men utelämnande av en ordentlig analys leder ofta till fel som kan vara både allvarliga och svåra att lokalisera.

Blockschemat i figur 2 illustrerar vårt slutna reglersystem. Regulatorns in- och utsignaler är enhetslösa och normaliserade till intervallet  $(0, 1)$ . Styrsignalen omvandlas till spänningen som driver pumpen via en D/A-omvandlare (Digital/Analog). Vi betraktar här pumpens förstärkande drivkrets som en intern del av pumpen och antar att pumpspänningen är linjärt proportionell mot flödet genom pumpen.

Nivån i tankarna mäts med hjälp av tryckgivare som genererar en spänning, proportionell mot vattenhöjden. Denna spänning omvandlas till en enhetslös signal, normaliserad till  $(0, 1)$  med hjälp av en A/D-omvandlare (Analog/Digital).

Det är inte självklart var vi ska lägga snittet mellan process och regulator. Det är dock praxis att snittet väljs så att processens in- och utsignaler får samma enhet. Ett naturligt sätt att uppnå detta är att betrakta D/A- och A/D omvandlarna som en del av processen, snarare än regulatorn. På detta vis blir regulatorns ut- och insignaler normaliserade till  $(0, 1)$  och enhetslösa.

För att förenkla vårt arbete ersätter vi blockschemat i figur 2 med det ekvivalenta schemat i figur 3.



Figur 2 Blockschema för reglersystemet med enhetsomvandlare  $k_{da}$ ,  $k_p$ ,  $k_m$  samt  $k_{ad}$

**Uppgift 2.1 (Förberedelseuppgift)** Vad är enheterna hos enhetsomvandlingskonstanterna  $k_{da}$ ,  $k_p$ ,  $k_m$  samt  $k_{ad}$  i figur 2? Uttryck de nya konstanterna  $\alpha$  respektive  $\beta$  i figur 3 i konstanterna från figur 2. Ange särskilt enheterna för de nya konstanterna.

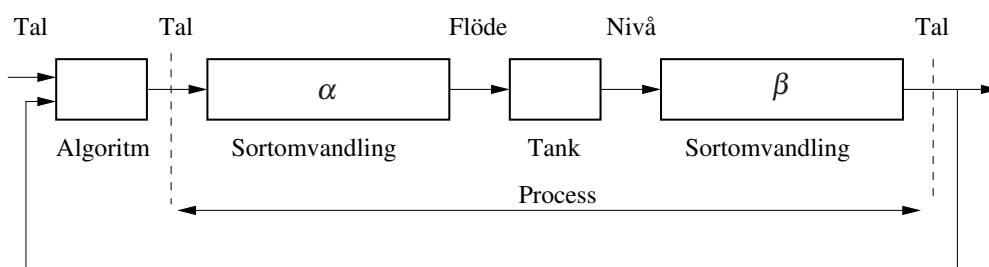
---



---



---



Figur 3 Ekvivalent blockschema för det slutna systemet

Vi är nu klara med vår enhetsanalys och har en processmodell vars in- och utsignal varierar i intervallet  $(0, 1)$  [1]. För insignalen motsvaras intervallet  $(0, 1)$  av (avstängd pump, fullt påslagen pump), medan tolkningen blir (tom tank, full tank) för processens utsignal.

Efter detta viktiga, och dessvärre ofta försummade steg, är vi nu redo att ställa upp en matematisk modell av vårt reglersystem som vi kommer att använda vid utformningen av olika regulatorer.

**Uppgift 2.2 (Förberedelseuppgift)** Använd volymbalans för att ställa upp differentialekvationer som beskriver sambandet mellan inflödet  $q_u(t)$  [ $\text{m}^3 \text{s}^{-1}$ ] till den övre tanken och höjderna  $h_1(t)$  [m] respektive  $h_2(t)$  [m] i de två tankarna. Ett ungefärligt samband mellan utströmningshastighet  $v(t)$  [ $\text{m s}^{-1}$ ] och vattennivå  $h(t)$  [m] i en tank ges av Toricellis lag:

$$v(t) = \sqrt{2gh(t)}$$

där  $g = 9.81$  [ $\text{m s}^{-2}$ ] är gravitationsaccelerationen. Låt  $A_1$  [ $\text{m}^2$ ] och  $A_2$  [ $\text{m}^2$ ] beteckna tvärsnittsarean för övre respektive undre tanken. Låt vidare  $a_1$  [ $\text{m}^2$ ] och  $a_2$  [ $\text{m}^2$ ] beteckna motsvarande utloppsareor och försumma dynamiken i pumpmotorn och slangarna.

*Ledning:* Då en vätska flödar med hastighet  $v(t)$  [ $\text{m s}^{-1}$ ] genom ett hål med tvärsnittsarea  $a$  [ $\text{m}^2$ ] ges glödet av  $q(t) = a v(t)$  [ $\text{m}^3 \text{s}^{-1}$ ]. Jämför med figur 3 och var koncistent med användandet av enheter.

Vi har nu en fysikalisk modell med flöde [ $\text{m}^3 \text{s}^{-1}$ ] som insignal och höjder [ $\text{m}$ ] som tillstånd (utsignaler), medan den önskade processmodellens in- och utsignaler är tal [1], normaliserade till intervallet  $(0, 1)$  i enlighet med figur 3.

**Uppgift 2.3 (Förberedelseuppgift)** Inför enhetsomvandlingarna  $q_u = \alpha u$ ,  $h_1 = x_1/\beta$  respektive  $h_2 = x_2/\beta$  i din modell från uppgift 2.2 för att erhålla den önskade processmodellen, där tillståndsvariablerna  $x_1, x_2$  [1] är tankhöjderna  $h_1, h_2$  [ $\text{m}$ ] normaliserade till intervallet  $(0, 1)$ .

**Uppgift 2.4 (Förberedelseuppgift)** Tankarna i laborationen har samma tvärsnittsarea, dvs  $A = A_1 = A_2$  [ $\text{m}^2$ ]. Visa att processen beskrivs av modellen

$$\begin{aligned} \frac{dx_1(t)}{dt} &= -\gamma_1 \sqrt{x_1(t)} + \delta u(t) \\ \frac{dx_2(t)}{dt} &= \gamma_1 \sqrt{x_1(t)} - \gamma_2 \sqrt{x_2(t)} \end{aligned} \quad (1)$$

där

$$\gamma_1 = \frac{a_1}{A} \sqrt{2g\beta} \text{ [s}^{-1}\text{]}, \quad \gamma_2 = \frac{a_2}{A} \sqrt{2g\beta} \text{ [s}^{-1}\text{]}, \quad \delta = \frac{\alpha\beta}{A} \text{ [s}^{-1}\text{]}$$

*Kommentar:* Detta är en tillståndsbeskrivning av ett olinjärt system. Hur ser man det? Intervallet  $(0, 1)$  [1] i tillstånden  $x_1, x_2$  motsvarar vattennivåintervallet  $(0, 0.16)$  [ $\text{m}$ ] i den övre respektive undre tanken.

Beräkna teoretiska värden på parametrarna  $\delta$ ,  $\gamma_1$  och  $\gamma_2$  ur konstruktionsdata nedan och för in svaren i tabellen nedan.

Tankarnas tvärsnittsarea:	$A_1 = A_2 = 4.9 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$
Utloppshålens area:	$a_1 = a_2 = 3.1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$
Omvandlingsfaktor från styrsignal till flöde:	$\alpha = 2.1 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 \text{s}^{-1}$
Omvandlingsfaktor från höjd till mätsignal:	$\beta = 6.25 \text{ m}^{-1}$

**Uppgift 2.5 (Förberedelseuppgift)** I praktiken har inte alla tankprocesserna exakt samma konstruktion. Dessutom förändras deras egenskaper över tiden – hålen kalkar igen, pumparna slits, o.s.v. De teoretiska parametervärdena är därför inte alltid helt tillförlitliga. De verkliga värdena kan dock skattas med ett par enkla experiment:

- $\delta$  kan skattas genom att blockera utflödet från den övre tanken (med hjälp av reglaget AV3), ställa in en konstant styrsignal och sedan mäta hur lång tid det tar för mätsignalen att öka från ett värde till ett annat.
- $\gamma_1$  och  $\gamma_2$  kan skattas genom att ställa in en konstant styrsignal, vänta tills systemet är i jämvikt och sedan läsa av de stationära tillstånden  $x_1^0$  och  $x_2^0$ .

Utgående från ekvation (1), visa hur man med hjälp av ovanstående experiment kan räkna fram experimentella värden på först  $\delta$ , sedan  $\gamma_1$  och till sist  $\gamma_2$ .

**Uppgift 2.6** Logga in enligt anvisningen i början av denna handledning (om ni inte redan gjort detta). Utför experimenten och räkningarna enligt uppgift 2.5 för att bestämma experimentella värden på  $\delta$ ,  $\gamma_1$  och  $\gamma_2$ .

	Teoretiskt värde	Experimentellt värde
$\delta$		
$\gamma_1$		
$\gamma_2$		

Kontrollera att de experimentella värdena stämmer någorlunda överens med de teoretiska.

---



---



---

Ni ska helst basera er regulatordesign på de experimentella värdena. Varför?

*Kommentar:* Nu är vi färdiga med såväl modellering som identifiering av processparametrar. Vi har erhållit en modell med normaliserade, enhetslösa in- och utsignaler samt tillstånd och behöver därför inte längre bokföra enheter under resten av laborationen.

**Uppgift 2.7 (Förberedelseuppgift)** Linjärisera systemet (1) kring ett allmänt jämviktsläge  $(x_1^0, x_2^0)$ . (I laborationen kommer vi att använda  $x_1^0 = 0.5$  respektive  $x_2^0 = 0.5$ .)

**Uppgift 2.8 (Förberedelseuppgift)** Visa att det linjäriserade systemet från uppgift 2.7 kan beskrivas av följande överföringsfunktioner, där utsignalerna ges av  $y_1(t) = x_1(t)$ ,  $y_2(t) = x_2(t)$ .

$$\begin{aligned}\Delta Y_1(s) &= \frac{\rho \tau_1}{1 + s\tau_1} \Delta U(s) \\ \Delta Y_2(s) &= \frac{\rho \tau_2}{(1 + s\tau_1)(1 + s\tau_2)} \Delta U(s)\end{aligned}\tag{2}$$

Bestäm parametrarna  $\rho$ ,  $\tau_1$  och  $\tau_2$  som funktioner av processens parametrar  $\delta$ ,  $\gamma_1$  samt  $\gamma_2$  vid arbetspunkten  $x_1^0, x_2^0$ .

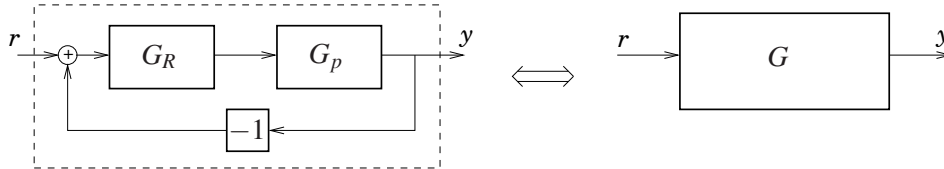
### 3. Beräkning av regulatorinställning

I detta avsnitt ska vi beräkna regulatorinställningar för styrning av övre respektive undre tanken. Vi utgår från de matematiska modeller som togs fram i föregående avsnitt. Regulatorerna ska sedan provköras ihop med tanksystemet.

Regulatorns parametrar kommer att bero på den specifikation som vi vill att det återkopplade systemet ska uppfylla. En specifikation kan ha olika former; i det här fallet

är det återkopplade systemets poler som anges. Som bekant har polplaceringen en intuitiv tolkning i termer av snabbhet och dämpning hos det slutna systemet.

I denna laboration kommer vi att arbeta med PI- och PID-regulatorer. Genom att välja PI(D)-parametrarna på lämpligt sätt kan man erhålla ett önskat karakteristiskt polynom (nämnarpolynom) hos det slutna systemet, se figur 4.



**Figur 4** Slutna systemet specificeras genom ett önskat karakteristiskt polynom.

Processens överföringsfunktion  $G_P(s)$  och regulatorns överföringsfunktion  $G_R(s)$  ges av

$$\begin{aligned} Y(s) &= G_P(s)U(s) \\ U(s) &= G_R(s)E(s) = G_R(s)(R(s) - Y(s)) \end{aligned} \quad (3)$$

Med hjälp av dessa överföringsfunktioner kan man beräkna slutna systemets överföringsfunktion genom

$$Y(s) = G(s)R(s) = \frac{G_P(s)G_R(s)}{1 + G_P(s)G_R(s)}R(s) \quad (4)$$

Målet är att bestämma parametrarna i regulatorn  $G_R(s)$  så att slutna systemets överföringsfunktion  $G(s)$  får ett önskat nämnarpolynom.

## Reglering av övre tanken

**Uppgift 3.1 (Förberedelseuppgift)** Visa att slutna systemets överföringsfunktion  $G$  ges av processens överföringsfunktion  $G_P$  och regulatorns överföringsfunktion  $G_R$  enligt ekvation 4. Överföringsfunktionen för den övre tanken ges av den första ekvationen i (2) i uppgift 2.8. Överföringsfunktionen för en PI-regulator ges av

$$u(t) = K \left( e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau \right) \Leftrightarrow U(s) = K \left( 1 + \frac{1}{sT_i} \right) E(s) \quad (5)$$

Använd de två överföringsfunktionerna för att bestämma regulatorparametrarna så att det slutna systemet får en relativ dämpning  $\zeta$  och en odämpad egenvinkelfrekvens  $\omega$ , det vill säga så att det slutna systemet får det karakteristiska polynomet

$$s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2 \quad (6)$$

I svaret ska  $K$  och  $T_i$  uttryckas i processparametrarna  $\rho$  och  $\tau_1$  samt designparametrarna  $\omega$  och  $\zeta$ .

**Uppgift 3.2** Vi börjar nu med att utforma en regulator med  $\zeta = 1, \omega = 0.3$  för den övre tanken, då arbetspunkten väljs till  $x_1^0 = 0.5$ . Detta kan göras med hjälp av MATLAB-skriptet `calcpi` enligt följande exempel (fyll i era skattade värden på `delta`, `gamma1` och `gamma2`):

```
>> delta = ... ;
>> gamma1 = ... ;
>> gamma2 = ... ;
>> omega = 0.3;
>> zeta = 1;
>> calcpi
K =
    2.1964
Ti =
    6.1010
```

Titta även på skriptet genom att skriva

```
>> type calcpi
```

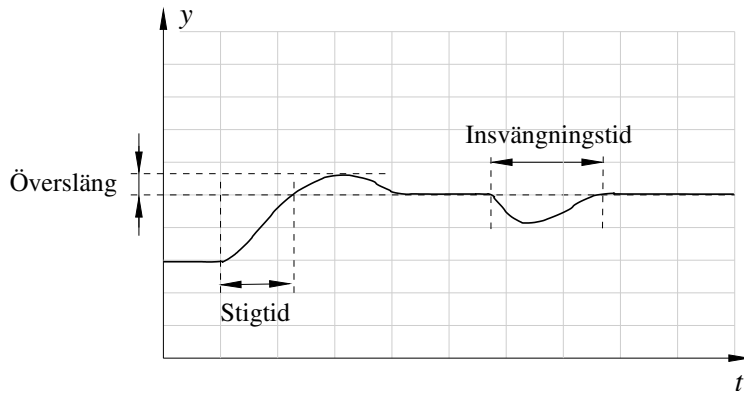
och jämför beräkningarna med era förberedelseuppgifter.

**Uppgift 3.3** Vi ska nu utvärdera regulatorns prestanda vid referens- och laststörningssteg. Experimentet för att göra detta utförs förslagsvis på följande vis:

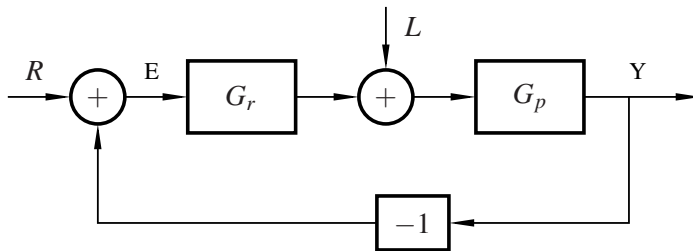
1. Se till att gränssnittet är inställt på PI-reglering av övre tanken, dvs att `Control Mode` valts till `Automatic`, `Tank Selection` valts till `Upper` samt att blocken `P` respektive `I` är aktiverade (vita) medan blocket `D` är inaktiverat (ljusblått).
2. Se till att reglagen `AV1`, `AV2`, `BV2`, `BV1` är intryckta, samt att reglagen `AV3`, `BV3`, `AV4`, `BV4`, `V5` är nedtryckta.
3. Ställ in regulatorparametrarna `K` och `Ti`.
4. Ställ in referensvärdet `r` till 0.5 och vänta tills alla signaler är i stationäritet.
5. Gör en börvärdesändring (steg) till 0.7 och rita av svaret i figuren nedan.
6. Återställ referensvärdet till 0.5.
7. När systemet åter är i stationäritet, öppna laststörningsreglaget `BV1`, och rita av svaret på laststörningen.



*Ledning:* Era resultat bör ha samma principiella utseende som framgår av figur 5. Om ni är osäkra är det bra om ni kontaktar er handledare innan ni fortsätter med laborationen.



**Figur 5** Definition av stigtid och översläng vid börvärdesändring samt insvängningstid vid laststörning



**Figur 6** Blockschemata för slutna systemet vid reglering av övre tanken

**Poler och nollställen** Vårt slutna system, vid reglering av övre tanken, beskrivs av blockschemat i figur 6. Slutna systemets överföringsfunktion från referensen  $R(s)$ , respektive laststörningen  $L(s)$ , till utsignalen  $Y(s)$  ges av

$$G_{YR}(s) = \frac{G_p(s)G_r(s)}{1 + G_p(s)G_r(s)} = \frac{\rho K(s + \frac{1}{T_i})}{s^2 + s(\frac{1}{\tau_1} + \rho K) + \frac{\rho K}{T_i}} \quad (7)$$

$$G_{YL}(s) = \frac{G_p(s)}{1 + G_p(s)G_r(s)} = \frac{s\rho}{s^2 + s(\frac{1}{\tau_1} + \rho K) + \frac{\rho K}{T_i}} \quad (8)$$

Utförningen av vår regulator har skett med hjälp av polplacering, dvs val av slutna systemets karakteristiska polynom. Ingen hänsyn har tagits till hur regulatorn påverkar det slutna systemets nollställe. Då regulatorns parametrar ändras kommer systemets poler att flyttas. I överföringsfunktionen från referensvärde till utsignal,  $G_{YR}$ , kommer även systemets nollställe att flyttas. Nollställena hos systemet  $G_{YL}$  påverkas inte av regulatorparametrarna. Detta är förklaringen till att det kan uppkomma en översläng i mätsignalen vid referenssteg (men ej vid laststörningssteg) trots att den relativa dämpningen valts till  $\zeta = 1$ .

Ska vi undersöka hur polernas läge inverkar på systemet bör vi således främst undersöka svaret vid en laststörning. Vill vi undersöka nollställena och polernas gemensamma inverkan ska vi titta på svaret vid en referensvärdesändring. En närmare behandling av nollställens inverkan görs i föreläsning 12.

**Uppgift 3.4** Nu, när vi undersökt skillnaden mellan referensstegs- och laststegsvar, är vi redo att genom experiment undersöka hur slutna systemets egenskaper varierar med relativ dämpning  $\zeta$  och egenvinkelfrekvens  $\omega$ .

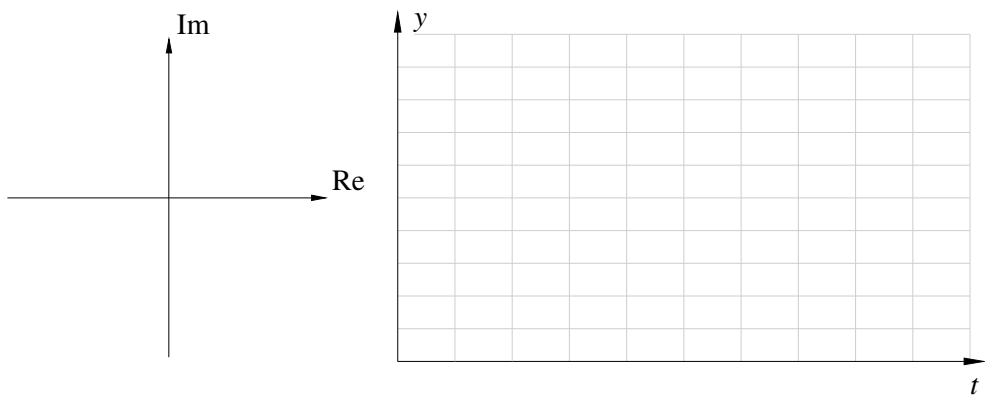
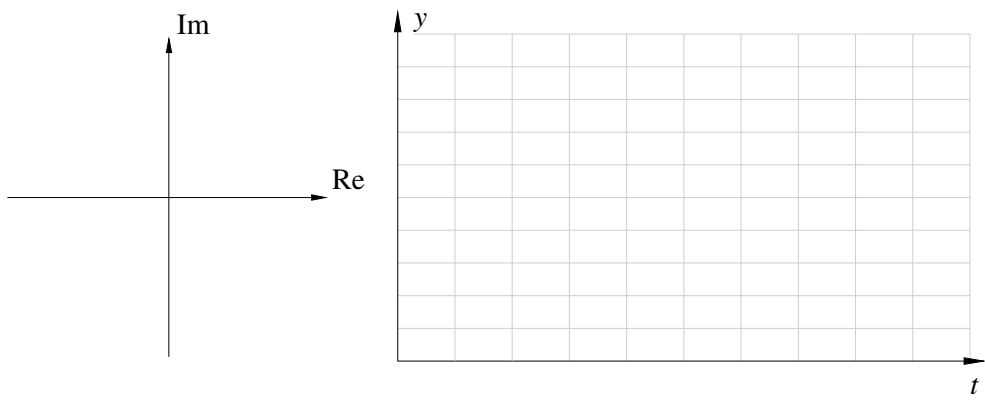
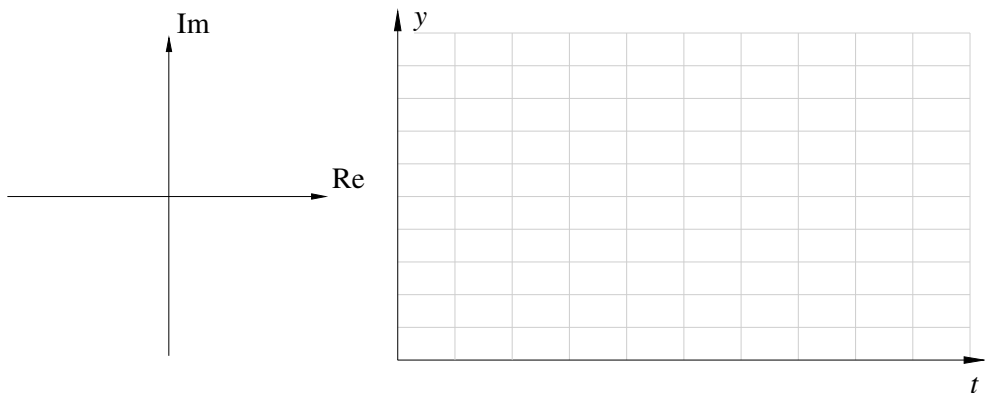
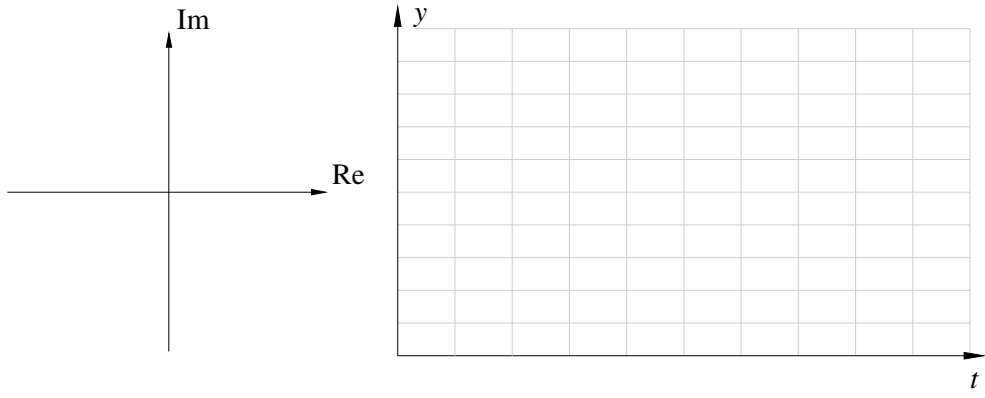


Vi fixerar först  $\zeta$  till 1 och varierar  $\omega$  enligt tabellen nedan. Antag att den stationära nivån är  $x_1^0 = 0.5$  och beräkna PI-regulatorns parametrar  $K$  och  $T_i$  för varje val av  $\omega$ .

Utför experimenten enligt instruktionen i uppgift 3.3. Fyll i tabellen, singularitetsdiagrammen samt plottarna nedan. Om styrsignalen slår i någon av sina gränsser säger vi att den mättar. Ange i tabellen om detta inträffar (ja/nej).

Prova till sist även den regulator för övre tanken som ni kom fram till i laboration 1. (Fyll i den sista raden i tabellen.)

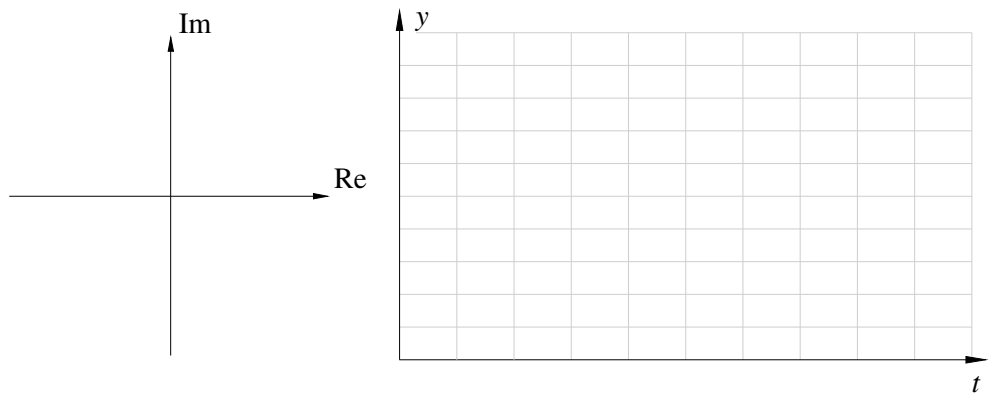
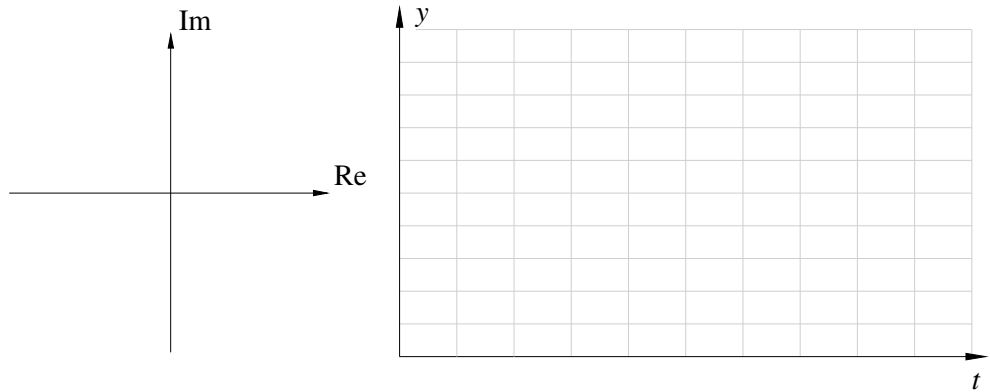
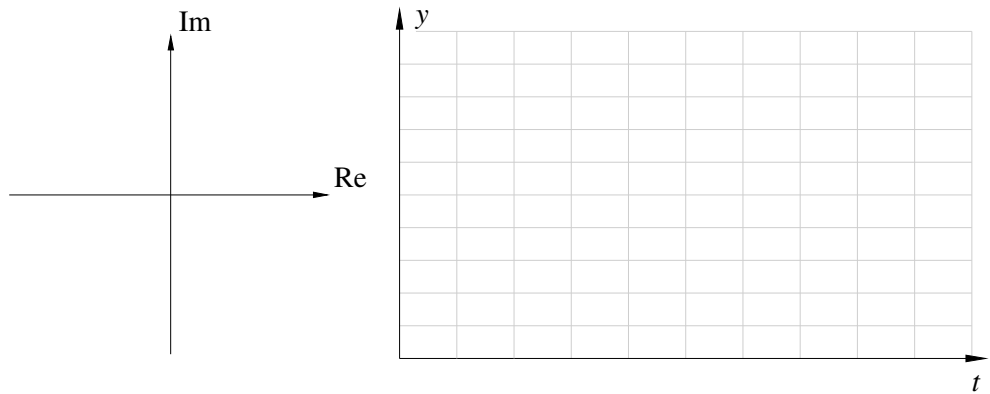
$\omega$	$\zeta$	$K$	$T_i$	Börvärdesändring			Laststörn.
				Stigtid [s]	Översläng	Mättning	Insv.tid [s]
0.1	1						
0.2	1						
0.5	1						
X	X						



**Uppgift 3.5** Fixera nu  $\omega$  till 0.4 och variera istället  $\zeta$  enligt tabellen nedan. Beräkna regulatorparametrarna  $K$  och  $T_i$  med hjälp av MATLAB på samma sätt som tidigare. Prova regulatorerna på övre tanken och undersök svaren på börvärdesändringar och laststörningar. Rita av svaren i tidsdiagrammen nedan. Rita även in polernas läge i singularitetsdiagrammen och jämför med svarens utseende; titta speciellt på dämpningen.

Utför experimenten på samma sätt som i föregående uppgift.

$\omega$	$\zeta$	$K$	$T_i$	Börvärdesändring			Laststörn.
				Stigtid [s]	Översläng	Mättning	Insv.tid [s]
0.4	0.7						
0.4	0.4						
0.4	0.2						



## Reglering av undre tanken

**Uppgift 3.6 (Förberedelseuppgift)** Använd andra ekvationen i modellen (2) från uppgift 2.8 för att utforma en PID-regulator,

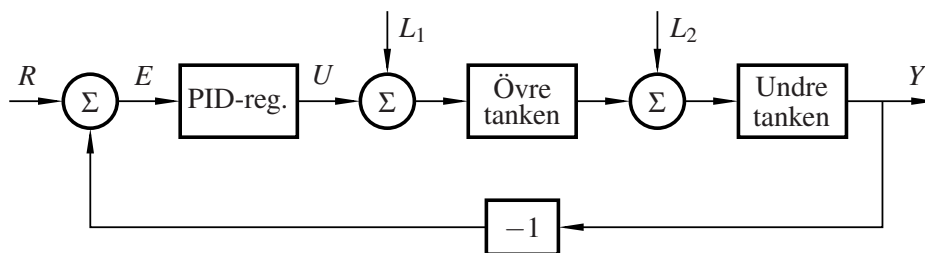
$$u(t) = K \left( e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \frac{de(t)}{dt} \right) \Leftrightarrow U(s) = K \left( 1 + \frac{1}{sT_i} + sT_d \right) E(s) \quad (9)$$

för reglering av nivån i den undre tanken. Välj regulatorparametrarna så att slutna systemet får det karakteristiska polynomet

$$(s + \alpha\omega)(s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2) \quad (10)$$

I svaret ska  $K$ ,  $T_i$  och  $T_d$  uttryckas i processparametrarna  $\rho$ ,  $\tau_1$  och  $\tau_2$  samt designparametrarna  $\omega$ ,  $\zeta$  och  $\alpha$ .

**Poler och nollställen** Vi ska nu undersöka regleringen av den undre tanken. I figur 7 visas ett blockschema för det slutna systemet. I blockschemat finns markerat var laststörningar, markerade  $L_1$  respektive  $L_2$ , kan komma in. Nedan finns överföringsfunktionerna från referensvärde till utsignal ( $G_{YR}$ ), samt från laststörningar till utsignal ( $G_{YL_1}$ ,  $G_{YL_2}$ ).



Figur 7 Blockschema för reglering av undre tanken

$$G_{YR} = \frac{K\rho \left( s^2 \frac{T_d}{\tau_1} + s \frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{T_i \tau_1} \right)}{s^3 + s^2 \left( \frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2} + \frac{\rho K T_d}{\tau_1} \right) + s \left( \frac{1}{\tau_1 \tau_2} + \frac{\rho K}{\tau_1} \right) + \frac{\rho K}{T_i \tau_1}} \quad (11)$$

$$G_{YL_1} = \frac{s \frac{\rho}{\tau_1}}{s^3 + s^2 \left( \frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2} + \frac{\rho K T_d}{\tau_1} \right) + s \left( \frac{1}{\tau_1 \tau_2} + \frac{\rho K}{\tau_1} \right) + \frac{\rho K}{T_i \tau_1}} \quad (12)$$

$$G_{YL_2} = \frac{s \frac{1}{\tau_1} \left( s + \frac{1}{\tau_1} \right)}{s^3 + s^2 \left( \frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2} + \frac{\rho K T_d}{\tau_1} \right) + s \left( \frac{1}{\tau_1 \tau_2} + \frac{\rho K}{\tau_1} \right) + \frac{\rho K}{T_i \tau_1}} \quad (13)$$

En laststörning  $L_1$  i form av ett steg kan åstadkommas genom att öppna reglaget BV1. Ett laststörningssteg  $L_2$  kan åstadkommas med reglaget AV4.

De tre överföringsfunktionerna har samma nämnarpolynom medan täljarpolynomen ser olika ut. Då regulatorns parametrar ändras kommer systemens poler att flyttas. I överföringsfunktionen från referensvärde till utsignal,  $G_{YR}$ , kommer även systemets nollställen att flyttas. Nollställena hos systemen  $G_{YL_1}$  respektive  $G_{YL_2}$  påverkas inte av regulatorparametrarna. Ska vi undersöka hur polernas läge inverkar på systemet bör vi således främst undersöka svaret vid en laststörning. Vill vi undersöka nollställenas och polernas gemensamma inverkan kan vi titta på svaret vid en referensvärdesändring.

**Uppgift 3.7** Fixera  $\zeta$  till 0.7,  $\alpha$  till 1 och variera  $\omega$  enligt tabellen på nästa sida. Antag att den stationära nivån är  $x_2^0 = 0.5$  och räkna ut PID-regulatorns parametrar med hjälp av MATLAB-skriptet `calcpid` enligt exemplet nedan:

```
>> omega = 0.15;
>> zeta = 0.7;
>> alpha = 1;
>> calcpid
K =
    4.0390
Ti =
   15.2320
Td =
    5.0221
```

Titta även på skriptet genom att skriva

```
>> type calcpid
```

och jämför beräkningarna med era förberedelseuppgifter.

Prova regulatorerna på undre tanken och undersök svaren på börvärdesändringar och laststörningar genererade med reglaget BV1. Rita av svaren i tidsdiagrammen på nästa sida. Rita även in polernas läge i singularitetsdiagrammen och jämför med svarens utseende; titta speciellt på snabbheten.

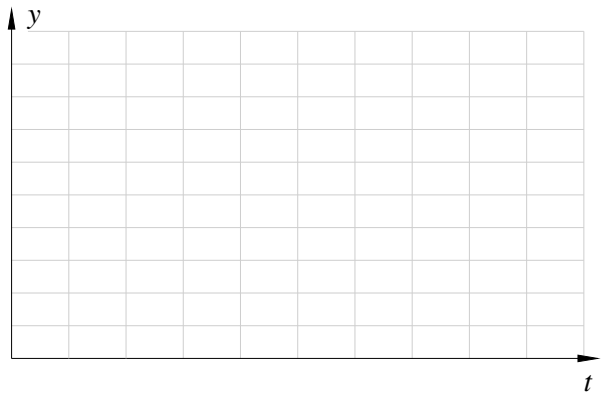
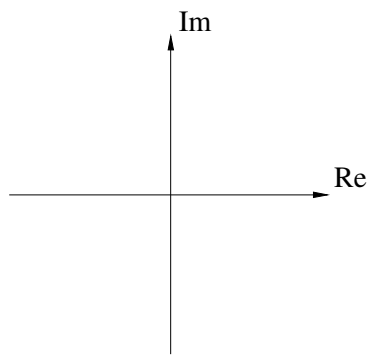
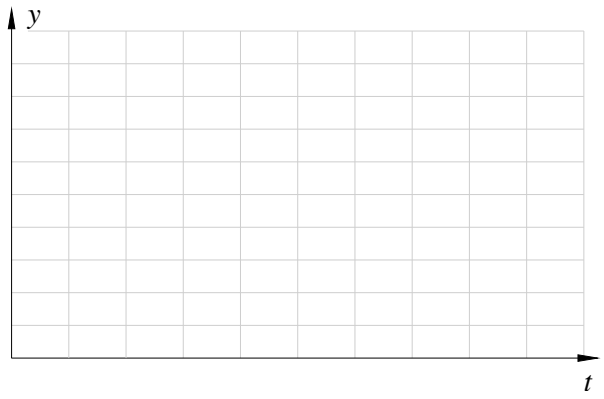
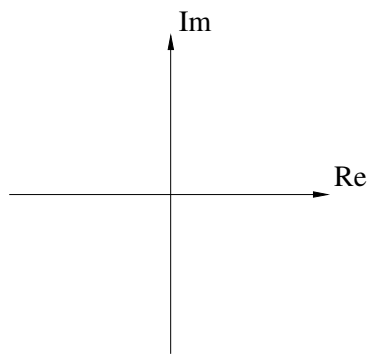
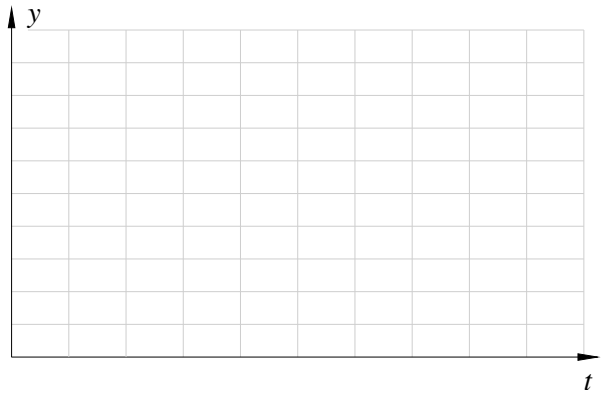
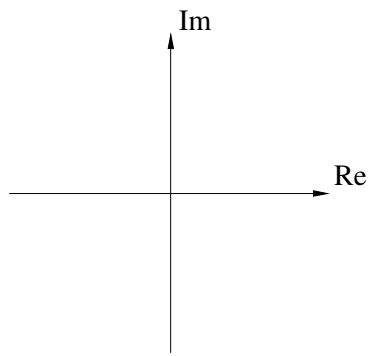
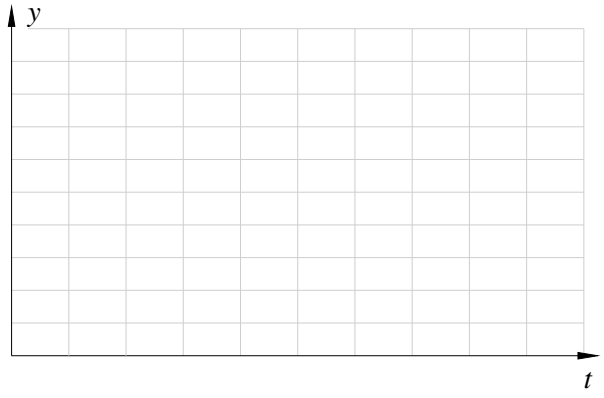
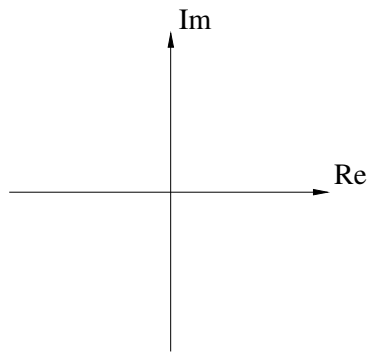
Utför experimenten så här:

1. Se till att gränssnittet är inställt på PID-reglering av undre tanken, dvs att Control Mode valts till Automatic, Tank Selection valts till Lower samt att blocken P, I respektive D är aktiverade (vita).
2. Se till att reglagen AV1, AV2, BV2, BV1 är intryckta, samt att reglagen AV3, BV3, AV4, BV4, V5 är nedtryckta.
3. Ställ in regulatorparametrarna K,  $T_i$  samt  $T_d$ .
4. Ställ in referensvärdet  $r$  till 0.5 och vänta tills alla signaler är i stationäritet. Optimal-knappen kan användas för att så snabbt som möjligt ta sig från ett godtyckligt  $x_2$  till  $x_2 = r$ .
5. Gör en börvärdesändring (steg) till 0.7 och rita av svaret. Anteckna stigtiden och överslängen för börvärdesändringen i tabellen nedan. Notera även huruvida styrsignalen mättar och i så fall hur länge.
6. När systemet åter befinner sig i stationäritet, öppna laststörningsreglaget BV1 och rita av svaret på laststörningen. Anteckna insvängningstiden för laststörningen i tabellen.

Prova till sist även den regulator för undre tanken som ni kom fram till i laboration 1. (Fyll i den sista raden i tabellen.)

*Ledning:* Dessa experiment tar ganska lång tid att genomföra. Arbeta gärna med sammanfattningen i kapitel 4 under tiden. Använd Optimal-knappen för att spara tid.

$\omega$	$\zeta$	$\alpha$	$K$	$T_i$	$T_d$	Börvärdesändring			Laststörn.
						Stigtid [s]	Översläng	Mättning	Insv.tid [s]
0.1	0.7	1							
0.15	0.7	1							
0.2	0.7	1							
X	X	X							

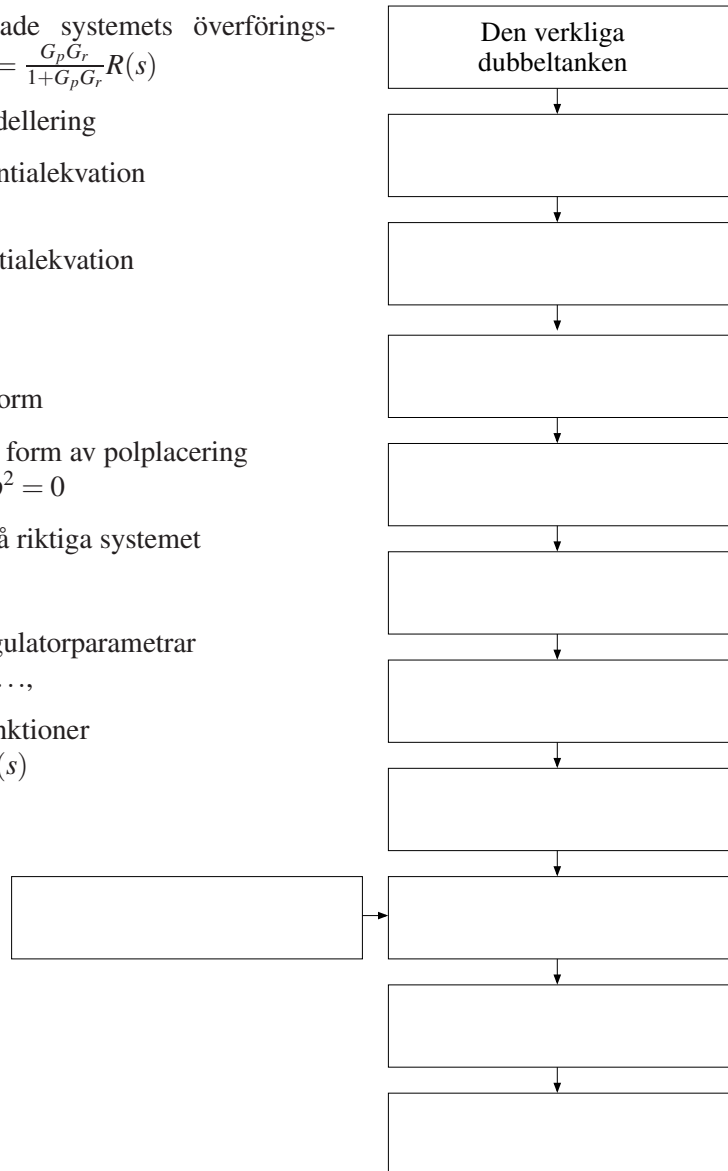


## 4. Sammanfattning

Denna sammanfattning är tänkt att dels visa på den arbetsgång man använder vid reglerdesign, dels samla relevanta frågor som ni ska kunna besvara efter avklarade experiment. Laborationshandledaren kommer att gå igenom er sammanfattning innan ni kan bli godkända på laborationen.

**Uppgift 4.1** Skriv in de moment som ni har gjort före och under laborationen på rätt plats i de tomma boxarna i nedanstående figur. (Observera att parameterskattningsexperimenten inte är med. Var skulle de passa in?)

- Det återkopplade systemets överföringsfunktion  $Y(s) = \frac{G_p G_r}{1 + G_p G_r} R(s)$
- Fysikalisk modellering
- Olinjär differentialekvation  $\dot{x} = f(x, u)$
- Linjär differentialekvation  $\dot{x} = ax + bu$
- Linjärisering
- Laplace-transform
- Specifikation i form av polplacering  $s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2 = 0$
- Provkörning på riktiga systemet
- Utvärdering
- Uttryck för regulatorparametrar  $K = \dots, T_i = \dots,$
- Överföringsfunktioner  $Y(s) = G(s)U(s)$



**Uppgift 4.2** Nämn minst två begränsningar hos den verkliga processen som inte fångas av den matematiska modellen (1).

---



---



---



**Uppgift 4.3** Vid PI-reglering av övre tanken, hur ändras det slutna systemets poler om man ökar parametern  $\omega$ ? Vilken effekt får det i svaren på börvärdesändringar och laststörningar?

---

---

---

Hur ändrar sig  $K$  och  $T_i$  när  $\omega$  ökar? Varför testar vi inte  $\omega = 10 \text{ rad s}^{-1}$ ?

---

---

---

**Uppgift 4.4** Vid PI-reglering av övre tanken, hur ändras det slutna systemets poler om man minskar parametern  $\zeta$ ? Vilken effekt får det i svaren på börvärdesändringar och laststörningar? Hur skulle stegsvaret se ut ifall vi valde  $\zeta = 0$ ?

---

---

---

---

**Uppgift 4.5** Varför använder vi ingen D-del när vi reglerar den övre tanken?

---

---

**Uppgift 4.6** Vid PID-reglering av undre tanken, hur många poler har det slutna systemet?

---

---

Hur ändras det slutna systemets poler om man ökar parametern  $\omega$ ? Vilket effekt får det i svaren på börvärdesändringar och laststörningar?

---

---

---

Hur ändrar sig  $K$ ,  $T_i$  och  $T_d$  när man ökar  $\omega$ ? Varför testar vi inte  $\omega = 1 \text{ rad/s}$ ?

---

---

---

**Uppgift 4.7** Skriv in era rekommendationer för lämpliga regulatorinställningar i tabellen på nästa sida. Jämför med de parametrar ni kom fram till i laboration 1.

	övre tank	undre tank
<b>P</b>	$K =$	$K =$
<b>PI</b>	$K =$ $T_i =$	$K =$ $T_i =$
<b>PID</b>	$K =$ $T_i =$ $T_d =$	$K =$ $T_i =$ $T_d =$

## Frågor vid kunskapskontroll i laboration 2

1. Bestäm alla stationära punkter  $(x^0, u^0, y^0)$  till systemet

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -a\sqrt{x} + bu \\ y &= cx\end{aligned}$$

2. Linjärisera systemet

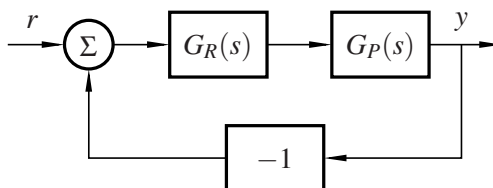
$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -a\sqrt{x} + bu \\ y &= cx\end{aligned}$$

kring den stationära punkten  $(x^0, u^0, y^0)$ .

3. Skriv överföringsfunktionen för en

- (a) P-regulator
- (b) PI-regulator
- (c) PID-regulator

4. Bestäm slutna systemets överföringsfunktion för kretsen



då  $G_R(s) = K$  och  $G_P(s) = \frac{1}{1+sT}$

5. Hos andra ordningens system brukar man tala om två parametrar

$$\begin{array}{ll}\zeta & \text{(relativa dämpningen)} \\ \omega & \text{(egenfrekvensen)}\end{array}$$

Märk ut hur dessa parametrar definierar polernas läge i ett singularitetsdiagram.

6. Ett systems överföringsfunktion kan skrivas som

$$G(s) = K \frac{Q(s)}{P(s)}$$

Betrakta systemets singularitetsdiagram till höger och bestäm med hjälp av detta  $Q(s)$  och  $P(s)$ .

